

KAREKÖKLÜ İFADELER

Tam Kare Pozitif Tam Sayılar ve Karekök

Bir pozitif tam sayının karesi olan sayılara **tam kare** sayılar denir.

Karekök alma işlemi, bir pozitif tam sayının hangi tam sayının karesi olduğunu bulma işlemidir. " $\sqrt{\quad}$ " şekli **karekök sembolü**dür.

Örneğin:

$$\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3, \quad \sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4, \quad \sqrt{49} = \sqrt{7^2} = 7 \text{ olarak ifade edilir.}$$



DİKKAT

Herhangi bir tam sayının karesi negatif olamayacağı için negatif bir tam sayının karekökü de herhangi bir tam sayıya eşit olamaz.

Tam Kare Olmayan Kareköklü İfadenin Hangi İki Doğal Sayı Arasında Olduğunu Belirleme

Tam kare olmayan bir doğal sayının karekökünün hangi iki doğal sayı arasında olduğunu bulmak için:

- 1) Bu doğal sayıdan önce ve sonra gelen tam kare doğal sayılar belirlenir.
- 2) Belirlenen tam kare sayıların karekökleri alınarak aralarına karekökü alınan ve tam kare olmayan bu doğal sayı yerleştirilir.

Örneğin: 18 sayısının karekökü olan $\sqrt{18}$ ifadesi 16 ve 25 tam kare sayıların karekökleri arasındadır.

$$\sqrt{16} < \sqrt{18} < \sqrt{25}$$

$$4 < \sqrt{18} < 5$$

Kareköklü Bir İfadeyi $a\sqrt{b}$ Şeklinde Yazma ve $a\sqrt{b}$ Şeklindeki İfadede Katsayıyı Karekök İçine Alma

Tam kare olmayan doğal sayının karekökünü $a\sqrt{b}$ şeklinde ifade edebilmek için bu sayı asal çarpanlarına ayrılır. Tam kare doğal sayı olan çarpanların karekökleri, karekök dışına katsayı olarak yazılır.

$$\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$$

↓
Katsayı

Örneğin: $\sqrt{28}$ sayısını $a\sqrt{b}$ şeklinde ifade edelim.

$$\sqrt{4 \cdot 7} = \sqrt{2^2 \cdot 7} = 2\sqrt{7}$$

$a\sqrt{b}$ kareköklü ifadesinde katsayı, karesi alınarak karekök içine yazılır ve içerideki sayı ile çarpılır.

$$a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$$

Örneğin: $2\sqrt{5}$ sayısını $a\sqrt{b}$ şeklinde ifade edelim.

$$\sqrt{2^2 \cdot 5} = \sqrt{4 \cdot 5} = \sqrt{20}$$

Kareköklü İfadelerde Çarpma ve Bölme İşlemi

Kareköklü ifadelerle çarpma işlemi yapılırken katsayılar çarpılır ve bu çarpım sonuca katsayı olarak yazılır. Karekök içindeki sayılar da ortak karekök içine alınarak çarpılır.

$$a\sqrt{b} \cdot c\sqrt{d} = a \cdot c\sqrt{b/d}$$

Kareköklü ifadelerle bölme işlemi yapılırken katsayılar bölünür ve bu bölüm sonuca katsayı olarak yazılır. Karekök içindeki sayılar da ortak karekök içine alınarak bölünür.

$$a\sqrt{b} / c\sqrt{d} = a/c\sqrt{b/d}$$

 DİKKAT

Katsayısı 1 olan kareköklü ifadelerden karekök içindeki sayısı büyük olan daha büyüktür.

Örneğin:

a) $3\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{3} = 6\sqrt{6}$

b) $6\sqrt{6} \div \sqrt{3} = 6\sqrt{2}$

Kareköklü İfadelerde Toplama ve Çıkarma İşlemi

Kareköklü ifadelerde toplama işlemi yapılırken karekök içindeki sayıları aynı olan toplananların katsayıları toplanır ve sonucun katsayı kısmına yazılır. Ortak kareköklü ifade aynen yazılır.

$$a\sqrt{b} + c\sqrt{b} = (a + c)\sqrt{b}$$

Kareköklü ifadelerde çıkarma işlemi yapılırken karekök içindeki sayılar aynı olduğunda eksilenin katsayısından çıkanın katsayısı çıkarılır ve sonucun katsayı kısmına yazılır. Ortak kareköklü ifade aynen yazılır.

$$a\sqrt{b} - c\sqrt{b} = (a - c)\sqrt{b}$$

Karekök içleri aynı olmayan kareköklü ifadelerle toplama veya çıkarma işlemi yapılırken aşağıdaki adımlar izlenir:

1) Kareköklü ifadeler $a\sqrt{b}$ biçiminde yazılarak karekök içlerinin aynı olması sağlanır.

2) Karekök içleri aynı olan terimlerin katsayıları kendi aralarında toplanır veya çıkarılır, bulunan sonuç ortak köke katsayı olarak yazılır.

Örneğin:

$$3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = \sqrt{5}$$

$$4\sqrt{7} + 5\sqrt{7} = 9\sqrt{7}$$

Kareköklü Bir İfade ile Çarpıldığında Sonucu Bir Doğal Sayı Yapan Çarpanlar

Katsayısı 1 olan kareköklü ifadenin kendisiyle çarpımı, karekök içindeki sayıya eşittir.

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a$$

İki veya daha fazla kareköklü ifadenin çarpımının doğal sayı olabilmesi için karekök içindeki çarpımın tam kare sayı olması gerekir.

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt{c} = \sqrt{a \cdot b \cdot c} \text{ işleminde } a \cdot b \cdot c \text{ çarpımı tam kare sayı olmalıdır.}$$

Ondalık Gösterimlerin Karekökü

Ondalık gösterimlerin karekökleri belirlenirken ondalık gösterimler rasyonel sayıya çevrilir. Rasyonel sayının payı ve paydasının ayrı ayrı karekökleri alınır.

Örneğin:

$$\sqrt{0,16} = \sqrt{16/100} = 4/10$$

Pi

Pi sayısı, bir dairenin çevre uzunluğunun çap uzunluğuna oranıdır. Bu oran her daire için aynı değeri aldığından π sayısı bir matematik sabitidir. Günlük kullanımda basitçe π yaklaşık "3", "3,14" ve " $\frac{22}{7}$ " olarak ifade edilmesine rağmen gerçek değerini ifade etmek için belli bir düzende tekrar etmeyen sonsuz sayıda basamağa ihtiyaç vardır.

Gerçek Sayılar

Aynı hesaplamalar tam kare olmayan pozitif tam sayıların karekökleri için de geçerlidir. Bu hesaplamalar sonucunda bu sayıların ondalık kısmındaki basamakların belli bir düzende olmayacak şekilde sonsuza kadar gittiği görülür.

Örneğin $\sqrt{3} = 1,73205080756887729352744 \dots$ şeklinde sonsuza kadar devam eder.

İki tam sayının birbirine bölümü (payda sıfır olmamak şartı ile) "**rasyonel sayılar**" olarak tanımlanmıştır. Ondalık kısmı sonsuza kadar düzensiz giden sayılar, iki tam sayının birbirine bölümü olarak ifade edilemez. Bundan dolayı bu sayılara **irrasyonel sayılar** denir.

İki tam sayının birbirine oranı şeklinde (payda sıfır olmamak şartıyla) yazılan sayılara **rasyonel sayılar** denir. Rasyonel sayılar kümesi Q harfi ile gösterilir.

Q : Rasyonel Sayılar Kümesi

İki tam sayının birbirine oranı şeklinde (payda sıfır olmamak şartıyla) yazılamayan sayılara **irrasyonel sayılar** denir. Tam kare olmayan sayıların karekökleri, pi sayısı, ondalık gösteriminde kesir kısmı belli düzende olmadan sonsuza kadar devam eden sayılar bu kümenin elemanlarıdır.

Gerçek sayılara reel sayılar veya gerçel sayılar da denir. Gerçek sayılar kümesi R harfi ile gösterilir. Gerçek sayılar kümesi **irrasyonel sayılar** ve rasyonel sayıları, **rasyonel sayılar** kümesi tam sayıları, **tam sayılar** kümesi ise **doğal sayılar** kümesini içerir.

R: Gerçek Sayılar